

**លំហាត់ទី ៥ សម្រាប់ថ្ងៃទី ២**

(២៥ ពិន្ទុ) គេធ្វើពិធីចែករង្វាន់ជាមេដាយដល់កីឡាករក្នុងថ្ងៃបន្តបន្ទាប់។ មេដាយទាំងអស់មានចំនួន  $x$  មេដាយ ( $x > 1$ ) ចែកក្នុងរយៈពេល  $N$  ថ្ងៃ។

- ថ្ងៃទី 1 ចែកមេដាយ 1 បន្ថែមនឹង  $\frac{1}{7}$  នៃ  $(x-1)$  ជាមេដាយសល់ថ្មី
  - ថ្ងៃទី 2 ចែកមេដាយ 2 បន្ថែមនឹង  $\frac{1}{7}$  នៃ មេដាយសល់ថ្មី
  - គេចែករបៀបនេះរហូតដល់ថ្ងៃទី  $N$ , នៅថ្ងៃទី  $N$  មេដាយត្រូវអស់ល្មម។
- តាង  $r_n$  ជាចំនួនមេដាយសល់ពីការចែកថ្ងៃទី  $N$ ,  $r_0$  ជាចំនួនមេដាយពុំទាន់ចែក គឺ  $r_0 = x$  ។
- ក- បង្ហាញថា:  $r_n = \frac{6}{7}(r_{n-1} - n)$
- ខ- ចូរស្រាយបញ្ជាក់ទំនាក់ទំនង:  $x = \frac{7^N}{6^{N-1}}(N - 6) + 36$
- គ- ចូររកចំនួនមេដាយ  $x$  និងរយៈពេលចែក។

**ដំណោះស្រាយ**

ក- បង្ហាញថា:  $r_n = \frac{6}{7}(r_{n-1} - n)$

តាមសម្មតិកម្ម នៅថ្ងៃទី  $n$  ចែកមេដាយចំនួន  $n$  បន្ថែមនឹង  $\frac{1}{7}$  នៃមេដាយសល់ពីថ្ងៃទី  $(n-1)$

ដោយ  $r_n$  ជាចំនួនមេដាយសល់ពីការចែកថ្ងៃទី  $N$  នោះ  $r_{n-1}$  ជាចំនួនមេដាយសល់ពីការចែកថ្ងៃទី  $N-1$  យើងបាន

$$\text{ចំនួនមេដាយដែលចែកថ្ងៃទី } N \text{ គឺ: } n + \frac{1}{7}(r_{n-1} - n)$$

$$\text{ចំនួនមេដាយសល់បន្ទាប់ពីចែកថ្ងៃទី } N \text{ គឺ: } r_n = r_{n-1} - \left( n + \frac{1}{7}(r_{n-1} - n) \right)$$

$$\Leftrightarrow r_n = r_{n-1} - n - \frac{1}{7}(r_{n-1} - n) = \frac{6}{7}(r_{n-1} - n)$$

ដូចនេះ  $r_n = \frac{6}{7}(r_{n-1} - n)$

ខ- ចូរស្រាយបញ្ជាក់ទំនាក់ទំនង:  $x = \frac{7^N}{6^{N-1}}(N - 6) + 36$

តាមសំរាយខាងលើ:  $r_n = \frac{6}{7}(r_{n-1} - n)$

ចំពោះ  $n=1; 2; 3; \dots; n$  យើងបាន

$$r_1 = \frac{6}{7}(r_0 - 1)$$

$$r_2 = \frac{6}{7}(r_1 - 2) = \frac{6}{7}\left(\frac{6}{7}(r_0 - 1) - 2\right)$$

$$r_3 = \frac{6}{7}(r_2 - 3) = \frac{6}{7}\left(\frac{6}{7}\left(\frac{6}{7}(r_0 - 1) - 2\right) - 3\right)$$

.....

$$r_n = \frac{6}{7}(r_{n-1} - n) = \frac{6}{7}\left(\underbrace{\frac{6}{7}\left(\frac{6}{7}\left(\dots\frac{6}{7}(r_0 - 1) - 2\right) - 3\right) - \dots}_{n} - n\right)$$

$$\Leftrightarrow r_n = \left(\frac{6}{7}\right)^n r_0 - \left(\frac{6}{7}\right)^n - 2 \cdot \left(\frac{6}{7}\right)^{n-1} - 3 \cdot \left(\frac{6}{7}\right)^{n-2} - \dots - n \cdot \left(\frac{6}{7}\right)$$

$$\Leftrightarrow r_n = \left(\frac{6}{7}\right)^n r_0 - \left(\frac{6}{7}\right)^n \left(1 + 2 \cdot \left(\frac{7}{6}\right) + 3 \cdot \left(\frac{7}{6}\right)^2 + \dots + n \cdot \left(\frac{7}{6}\right)^{n-1}\right) \quad (1)$$

ដោយ  $1 + x + x^2 + \dots + x^n = \frac{1-x^{n+1}}{1-x}$

នាំអោយ:  $1' + x' + (x^2)' + (x^3)' + \dots + (x^n)' = \left(\frac{1-x^{n+1}}{1-x}\right)'$

$$\Leftrightarrow 0 + 1 + 2x + 3x^2 + \dots + nx^{n-1} = \frac{-(n+1)x^n(1-x) + (1-x^{n+1})}{(1-x)^2}$$

$$\Leftrightarrow 1 + 2x + 3x^2 + \dots + nx^{n-1} = \frac{-(n+1)x^n + (n+1)x^{n+1} + 1 - x^{n+1}}{(1-x)^2}$$

$$\Leftrightarrow 1 + 2x + 3x^2 + \dots + nx^{n-1} = \frac{nx^{n+1} - (n+1)x^n + 1}{(1-x)^2}$$

ជំនួស  $x = \frac{7}{6}$  យើងបាន

$$1 + 2 \cdot \frac{7}{6} + 3 \cdot \left(\frac{7}{6}\right)^2 + \dots + n \cdot \left(\frac{7}{6}\right)^{n-1} = \frac{n \cdot \left(\frac{7}{6}\right)^{n+1} - (n+1) \cdot \left(\frac{7}{6}\right)^n + 1}{\left(1 - \frac{7}{6}\right)^2}$$

$$= \left(n \cdot \left(\frac{7}{6}\right)^{n+1} - n \cdot \left(\frac{7}{6}\right)^n - \left(\frac{7}{6}\right)^n + 1\right) \times 36$$

$$(1) \Rightarrow r_n = \left(\frac{6}{7}\right)^n \left[ r_0 - 36 \cdot \left( n \cdot \left(\frac{7}{6}\right)^{n+1} - n \cdot \left(\frac{7}{6}\right)^n - \left(\frac{7}{6}\right)^n + 1 \right) \right]$$

តែ  $r_0 = x; r_n = 0$  (ព្រោះបន្ទាប់ពីថ្ងៃទី N មេដាយមិនមាននៅសល់ទៀតទេ) យើងបាន

$$\left(\frac{6}{7}\right)^n \left[ x - 36 \cdot \left( n \cdot \left(\frac{7}{6}\right)^{n+1} - n \cdot \left(\frac{7}{6}\right)^n - \left(\frac{7}{6}\right)^n + 1 \right) \right] = 0$$

$$\Rightarrow x = 36 \cdot \left(\frac{7}{6}\right)^n \left( n \cdot \frac{7}{6} - n - 1 \right) + 36 = 36 \cdot \left(\frac{7}{6}\right)^n \cdot \frac{n-6}{6} + 36 = \frac{7^n}{6^{n-1}} (n-6) + 36$$

ដោយ  $n=N$  យើងបាន

$$x = \frac{7^N}{6^{N-1}} (N-6) + 36$$

គ-ចូររកចំនួនមេដាយ  $x$  និងរយៈពេលថែក

តាមសំរាយបញ្ជាក់ខាងលើយើងមាន:  $x = \frac{7^N}{6^{N-1}} (N-6) + 36$

តាមរយៈទំនាក់ទំនងនេះយើងសង្កេតឃើញថា  $\frac{7^N}{6^{N-1}}$  មិនអាចក្លាយជាចំនួនគត់ទេ ហើយ  $6^{N-1}$  មិនអាចជា

តួចែកដាច់របស់  $(N-6) \quad \forall N \in \mathbb{N}$  ហើយក៏មិនអាចជាតួចែកដាច់នៃ  $7^N \quad \forall N \in \mathbb{N}$  ដែរ ។

ដើម្បីអោយ  $x$  ជាចំនួនគត់លុះត្រាតែ៖

$$N - 6 = 0 \Rightarrow N = 6$$

នាំអោយ  $x = 36$

ដោយ  $x$  តំណាងអោយចំនួនមេដាយ ហើយ  $N$  ជាចំនួនថ្ងៃចែកមេដាយ

ដូចនេះ ចំនួនមេដាយគឺ 36 និងចំនួនថ្ងៃត្រូវចែកមេដាយនោះអស់គឺ 6 ថ្ងៃ