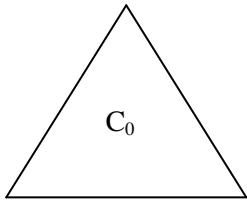


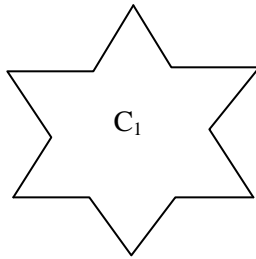
លំហាត់

25 pt) I- រូប(ក) ជាត្រីកោណសម័ង្សរង្វាស់ជ្រុង a ។ គេដោតរំពងចំនុចលើជ្រុងនីមួយៗនៃត្រីកោណនេះ បង្កើតបានជាបីអង្កត់ប៉ុនៗគ្នា។ នៅត្រង់អង្កត់កណ្តាលគេសង់ត្រីកោណសម័ង្សអោយឈរលើចេញមកក្រៅនៃត្រីកោណមុនរួចគេលុបអង្កត់កណ្តាលនោះចេញគេបានរូប(ខ) ។ គេធ្វើរបៀបនេះទៀតលើជ្រុងត្រីកោណសម័ង្សថ្មី គេបានរូប(គ) ។ គេធ្វើបន្តហួតបាន: $C_0; C_1; C_2; C_3; \dots; C_n$ ។

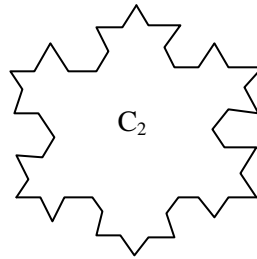
គណនាក្រលាផ្ទៃអតិបរមា និង អប្បរមានៃពហុកោណទាំងនោះ ។



រូប(ក)



រូប(ខ)



រូប(គ)

ដំណោះស្រាយ

គណនាក្រលាផ្ទៃអតិបរមា និងអប្បរមានៃពហុកោណ

សង្កេត

- ចេញពីពហុកោណ C_0 យើងបង្កើតបានជាពហុកោណ C_1 និងបន្តបន្ទាប់បានជាពហុកោណ $C_2; C_3; C_4; \dots; C_n$ ។
- ចេញពីពហុកោណទី ១ ទៅកាន់ពហុកោណទី ២ យើងសង្កេតឃើញថា ជ្រុងមួយរបស់ពហុកោណទី ១ បំបែកបានជាជ្រុងចំនួន ៤ នៅលើពហុកោណទី ២ ហើយនៅលើជ្រុងមួយរបស់ពហុកោណទី ១ បង្កើតបានជាផ្ទៃថ្មីមួយនៅលើពហុកោណទី ២ ដែលជាត្រីកោណសម័ង្សមានរង្វាស់ជ្រុងស្មើនឹង ១ ភាគ ៣ នៃរង្វាស់ជ្រុងពហុកោណទី ១ ។



ជ្រុង ១ នៃពហុកោណទី១ បំបែកជាជ្រុងពហុកោណទី២ ចំនួន៤

តាង $S_{c_0}; S_{c_1}; S_{c_2}; \dots; S_{c_n}$ ជាក្រលាផ្ទៃនៃពហុកោណ $C_0; C_1; C_2; C_3; \dots; C_n$ ។

យើងមាន ក្រលាផ្ទៃត្រីកោណសម័ង្សរង្វាស់ជ្រុង a ស្មើ $\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$

នាំអោយ $S_{c_0} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$ ជាក្រលាផ្ទៃតូចបំផុតក្នុងចំណោមពហុកោណ $C_0; C_1; C_2; C_3; \dots; C_n$ ។

ដោយ៖

- C_0 ចំនួនជ្រុង 3 នាំអោយ C_1 ចំនួនជ្រុង 3×4 និងត្រីកោណបំបែក ចំនួន 3 រង្វាស់ជ្រុង $\frac{a}{3}$
- C_1 ចំនួនជ្រុង 3×4 នាំអោយ C_2 ចំនួនជ្រុង 3×4^2 និងត្រីកោណបំបែក ចំនួន 3×4 រង្វាស់ជ្រុង $\frac{a}{3^2}$
- C_2 ចំនួនជ្រុង 3×4^2 នាំអោយ C_2 ចំនួនជ្រុង 3×4^3 និងត្រីកោណបំបែក ចំនួន 3×4^2 រង្វាស់ជ្រុង $\frac{a}{3^3}$

C_{n-1} ចំនួនជ្រុង $3 \times 4^{n-1}$ នាំអោយ C_n ចំនួនជ្រុង 3×4^n និងត្រីកោណបំបែក ចំនួន $3 \times 4^{n-1}$ រង្វាស់ជ្រុង $\frac{a}{3^n}$ យើងបាន

$$\begin{aligned} S_{C_1} &= S_{C_0} + 3.S_{a/3} \\ S_{C_2} &= S_{C_1} + 3.4.S_{a/3^2} \\ S_{C_3} &= S_{C_2} + 3.4^2.S_{a/3^3} \\ &\dots \\ S_{C_n} &= S_{C_{n-1}} + 3.4^{n-1}.S_{a/3^n} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{បូកអង្គនឹងអង្គយើងបាន } S_{C_n} &= S_{C_0} + 3.S_{a/3} + 3.4.S_{a/3^2} + 3.4^2.S_{a/3^3} + \dots + 3.4^{n-1}.S_{a/3^n} \\ &= S_{C_0} + 3(S_{a/3} + 4S_{a/3^2} + 4^2S_{a/3^3} + \dots + 4^{n-1}S_{a/3^n}) \\ &= S_{C_0} + 3\left(\frac{a^2\sqrt{3}}{3^2 \cdot 4} + 4 \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{3^4 \cdot 4} + 4^2 \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{3^6 \cdot 4} + \dots + 4^{n-1} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{3^{2n} \cdot 4}\right) \\ &= S_{C_0} + \frac{3a^2\sqrt{3}}{3^2 \cdot 4} \left(1 + 4 \cdot \frac{1}{3^2} + 4^2 \cdot \frac{1}{3^4} + \dots + 4^{n-1} \cdot \frac{1}{3^{2n-2}}\right) \\ &= S_{C_0} + \frac{3a^2\sqrt{3}}{3^2 \cdot 4} \left(1 + \frac{4}{9} + \frac{4^2}{9^2} + \dots + \frac{4^{n-1}}{3^{2n-2}}\right) \\ &= \frac{a^2\sqrt{3}}{4} + \frac{3a^2\sqrt{3}}{3^2 \cdot 4} \left(\frac{1 - (4/9)^n}{1 - 4/9}\right) = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} + \frac{3a^2\sqrt{3}}{3^2 \cdot 4} \left(\frac{1 - (4/9)^n}{5/9}\right) \\ &= \frac{a^2\sqrt{3}}{4} + \frac{3a^2\sqrt{3}}{5 \cdot 4} \left(1 - (4/9)^n\right) \end{aligned}$$

ក្រលាផ្ទៃពហុកោណដែលធំជាងគេបំផុតគឺ S_{C_n} កាលណា n ខិតទៅរក $+\infty$ យើងបាន

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} S_{C_n} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \left[\frac{a^2\sqrt{3}}{4} + \frac{3a^2\sqrt{3}}{5 \cdot 4} \left(1 - (4/9)^n\right) \right] = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} + \frac{3a^2\sqrt{3}}{5 \cdot 4} = \frac{8a^2\sqrt{3}}{5 \cdot 4} = \frac{2a^2\sqrt{3}}{5}$$

ដូចនេះ

ក្រលាផ្ទៃអប្បបរមានៃពហុកោណគឺ $\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$ ក្រលាផ្ទៃអតិបរមានៃពហុកោណគឺ $\frac{2a^2\sqrt{3}}{5}$
--